



Дипломна робота спеціаліста на тему:

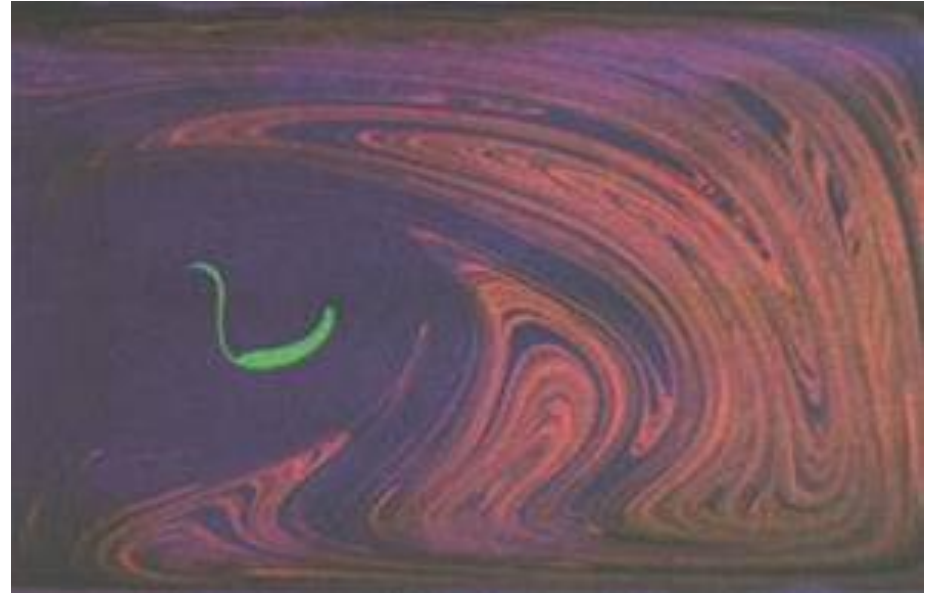
**Моделювання процесів перемішування в'язкої
рідини в хімічних технологіях**

**Виконав: студент групи ТР-61с
Макарчук Олександр Володимирович
Керівник: професор, д.ф.-м.н. Гуржій О. А.**

Введення



*Рисунок 1— Перемішування
рідини між коаксіальними
циліндрами*



*Рисунок 2 — Перемішування рідин в
прямокутній порожнині з рухомими
граніцями (зверху і знизу)*

Введення

Мета дипломної роботи: розробка програмного продукту, призначеного для моделювання процесів перемішування в'язкої нестисливої рідини в плоскому міксері з рухомими стінами.

Об'єкт дипломної роботи: адвекція рідини в напівкруглій порожнині.

Предмет дипломної роботи: критерії визначення областей інтенсивної адвекції в'язкої нестисливої рідини всередині напівкруглої порожнини.

Адвекція (від лат. *advectio* – доставка) – фізичне явище, пов'язане із переміщенням скалярних полів в гідродинамічній течії тільки за рахунок руху середовища (при відсутності ефектів дифузії).

Критерії інтенсивності перемішування

1. Фазова траєкторія

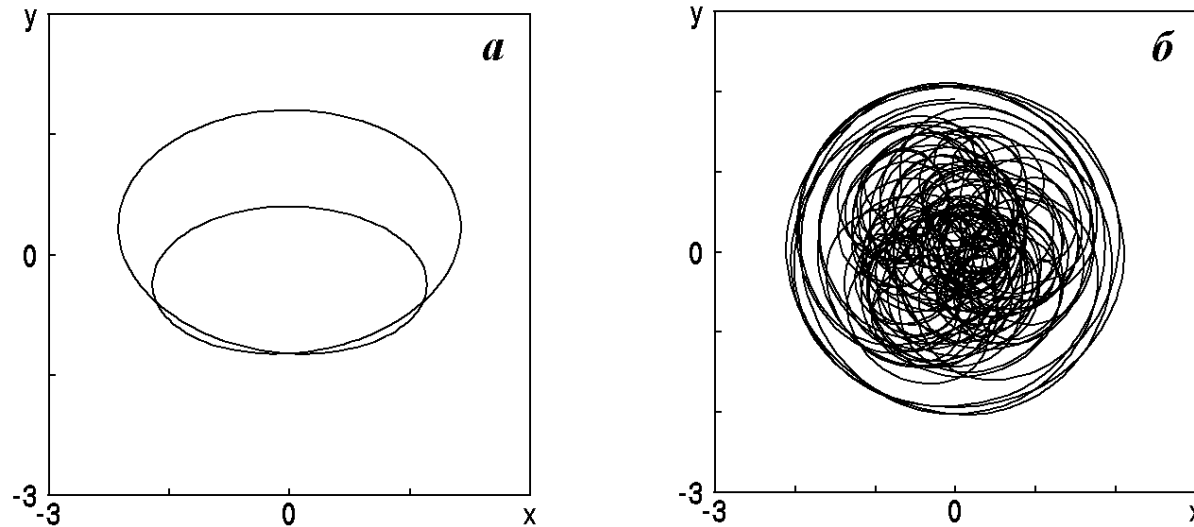


Рисунок 3 — Фазова траєкторія для зон регулярного (а) та інтенсивного (б) перемішування

Критерії інтенсивності перемішування

2. Перетин Пуанкаре

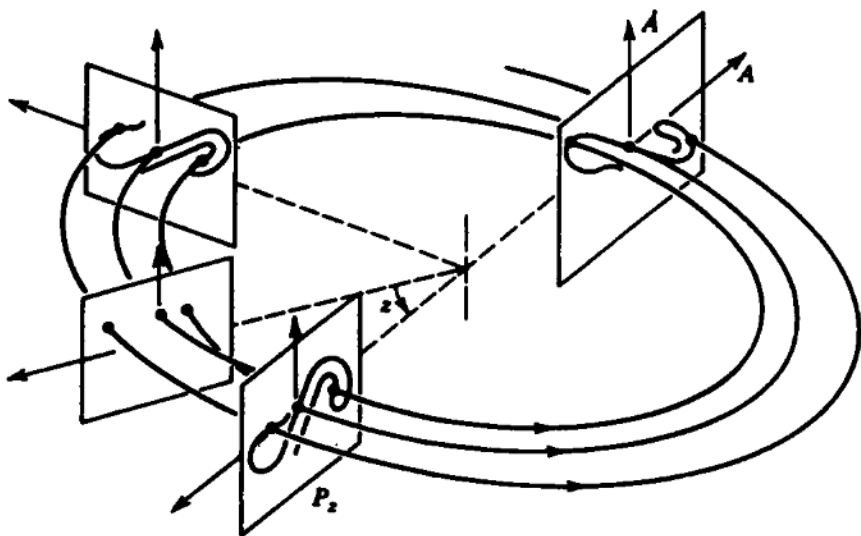


Рисунок 4 — Побудова перетину Пуанкаре у фазовому просторі

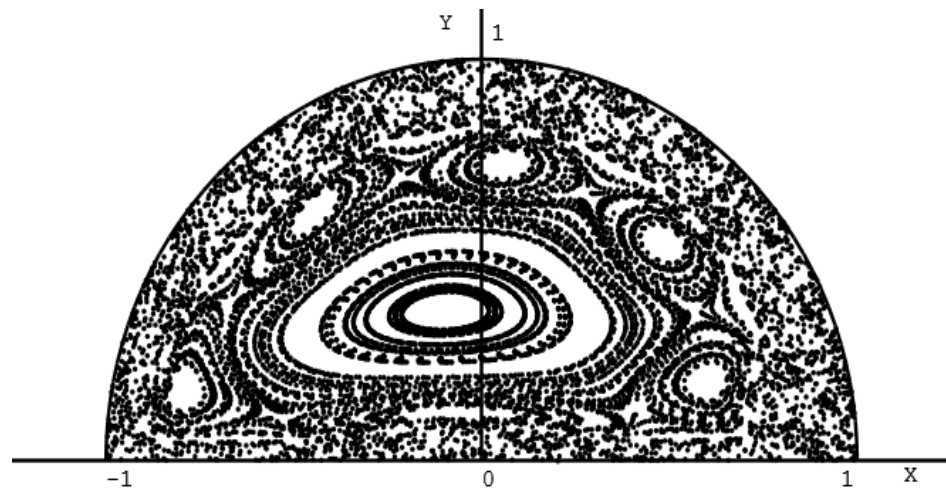


Рисунок 5 — Перетин Пуанкаре із зонами регулярного та інтенсивного руху рідких частинок

Критерії інтенсивності перемішування

3. Показники Ляпунова

$$\frac{d\eta}{dt} = [\mathbf{A}]\eta, \quad \eta(0) = \eta^0, \quad (1)$$

де

$$[\mathbf{A}] = \begin{pmatrix} \frac{\partial U}{\partial x} & \frac{\partial U}{\partial y} \\ \frac{\partial V}{\partial x} & \frac{\partial V}{\partial y} \end{pmatrix}_{X(t)}$$

- Найбільший показник Ляпунова

$$\Lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \frac{|\eta(t)|}{|\eta^0|}. \quad (2)$$

Критерії інтенсивності перемішування

4. Статистичні критерії інтенсивного перемішування

- Густина розподілу та усереднена густина розподілу

$$D_n = \frac{M_n}{M}, \quad \langle D \rangle = \frac{1}{N_\delta} \sum_{n=1}^{N_\delta} D_n = \frac{S_b}{S} \quad (3)$$

- Середньоквадратична густина розподілу

$$\begin{aligned} \langle D^2 \rangle &= \frac{1}{N_\delta} \sum_{n=1}^{N_\delta} D_n^2 = \frac{1}{S} \sum_{n=1}^{N_\delta} D_n S_b^{(n)} < \frac{S_b}{S}, \\ \langle (D - \langle D \rangle)^2 \rangle &\equiv \langle D^2 \rangle - \langle D \rangle^2 \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (4)$$

- Ентропія розмішування

$$e = -\langle D \log D \rangle \rightarrow e_0 = -\langle D \rangle \log \langle D \rangle \quad (5)$$

- Іntenсивність сегрегації

$$I = \frac{\langle (D - \langle D \rangle)^2 \rangle}{\langle D \rangle (1 - \langle D \rangle)} \rightarrow 0 \quad (6)$$

Математична постановка задачі

• Рівняння руху:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \Theta^2}\right)^2 \psi = 0 \quad (7)$$

• Граничні умови

Режим А

$$\begin{aligned} \psi &= 0, \\ \frac{\partial \psi}{\partial \theta} &= 0, \\ \text{при } \theta &= 0, \pi; 0 \leq r \leq a, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi &= 0, \\ \frac{\partial \psi}{\partial r} &= -V, \\ \text{при } r &= a; 0 \leq \theta \leq \pi \end{aligned}$$

(8)

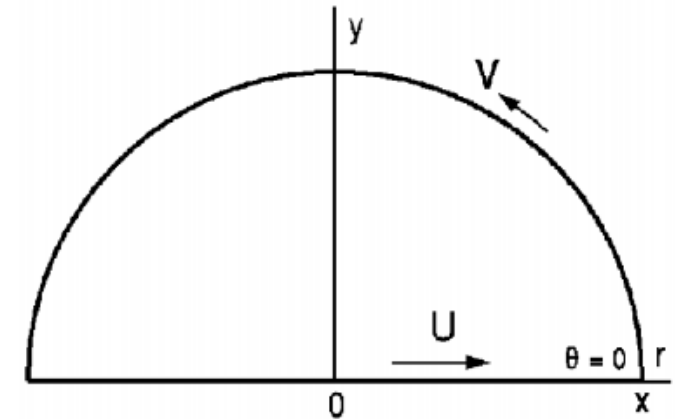


Рисунок 6 — Геометрія задачі

Режим В

$$\begin{aligned} \psi &= 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = Ur, \\ \text{при } \theta &= 0; 0 \leq r \leq a, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi &= 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = -Ur, \\ \text{при } \theta &= \pi; 0 \leq r \leq a, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \psi &= 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \\ \text{при } r &= a; 0 \leq \theta \leq \pi \end{aligned}$$

Математична задача

● Рішення задачі

Режим А

$$\psi_A(x, y) = \frac{2V}{\pi^2 - 4} \left[\frac{\pi(a^2 - (x^2 + y^2)) + 4ay}{2a} * \operatorname{arctg} \left(\frac{2ay}{a^2 - (x^2 + y^2)} \right) - \pi y \right]. \quad (10)$$

Режим В

$$\psi_B(x, y) = -\frac{2U}{\pi^2 - 4} \left[\frac{\pi ay + a^2 - (x^2 + y^2)}{a} * \operatorname{arctg} \left(\frac{2ay}{a^2 - (x^2 + y^2)} \right) - \frac{1}{2} \pi^2 y \right]. \quad (11)$$

● Рівняння адвекції

$$\frac{dX}{dt} = V_x(x, y) = \frac{\partial \psi(x, y)}{\partial y} \quad ; \quad \frac{dY}{dt} = V_y(x, y) = -\frac{\partial \psi(x, y)}{\partial x} \quad (12)$$

● Початкові умови

$$X(0) = X^0; Y(0) = Y^0 \quad (13)$$

Архітектура програмного продукту

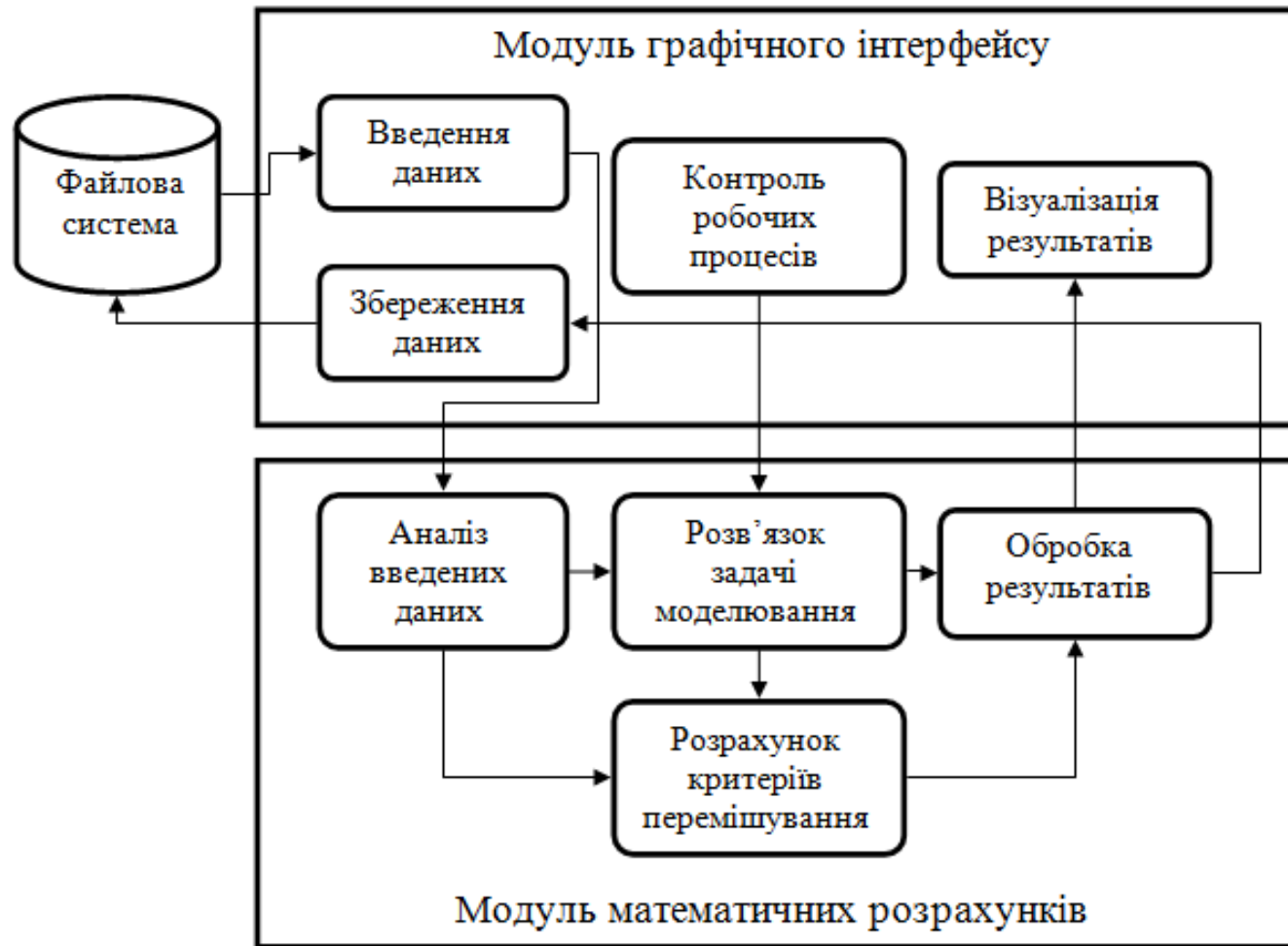


Рисунок 7 — Архітектура програмного продукту

Числове моделювання

Для початку необхідно обрати необхідний для роботи режим

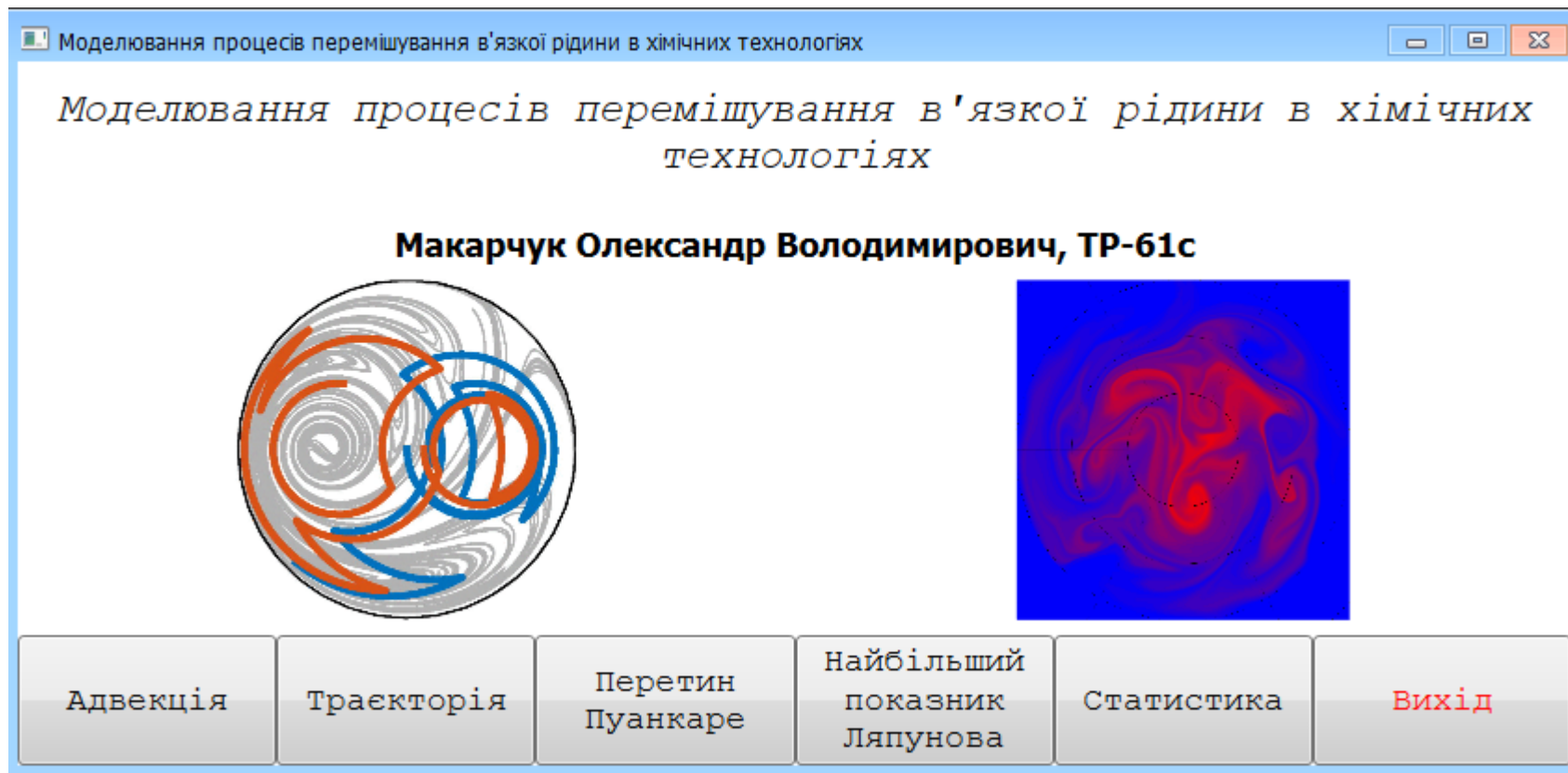


Рисунок 8 — Головне вікно програмного продукту

Числове моделювання

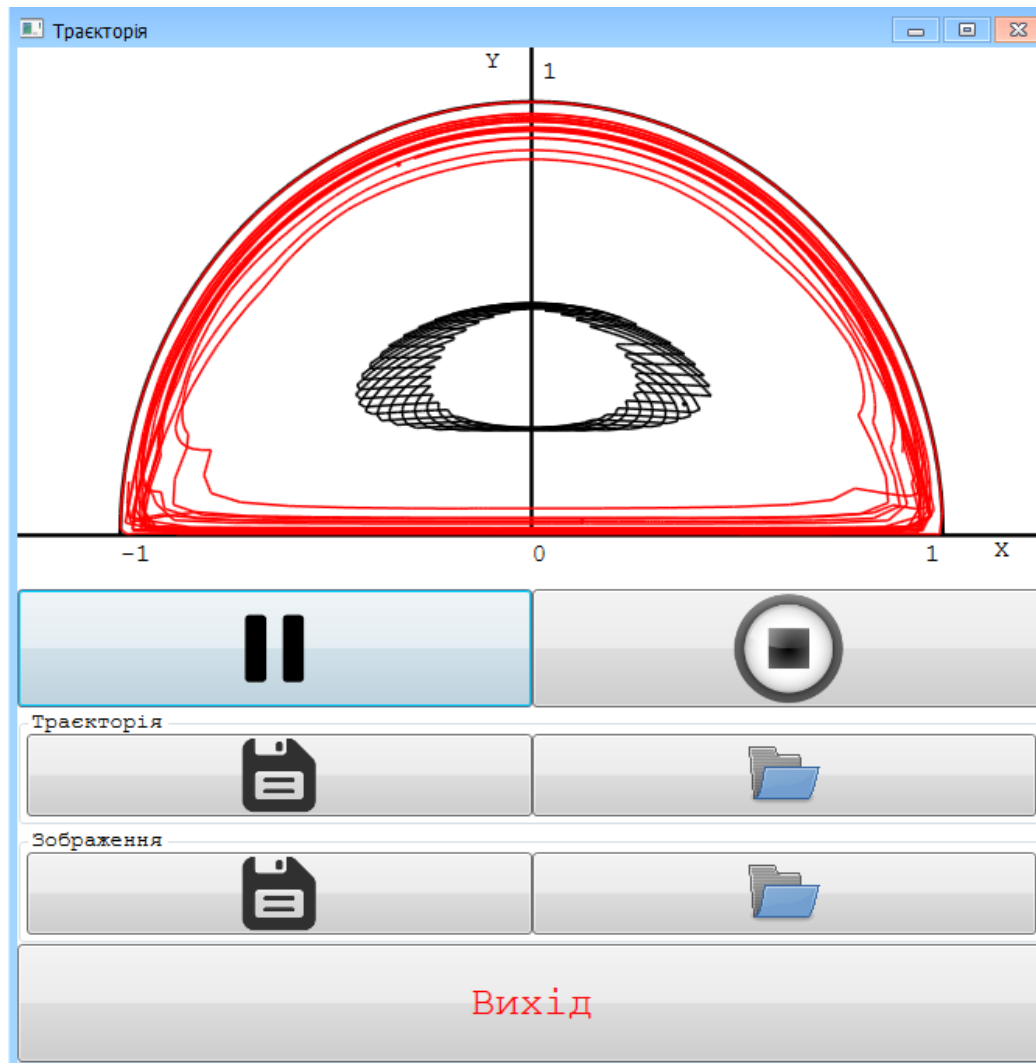


Рисунок 9 — Приклад побудови траєкторії руху частинок

Числове моделювання

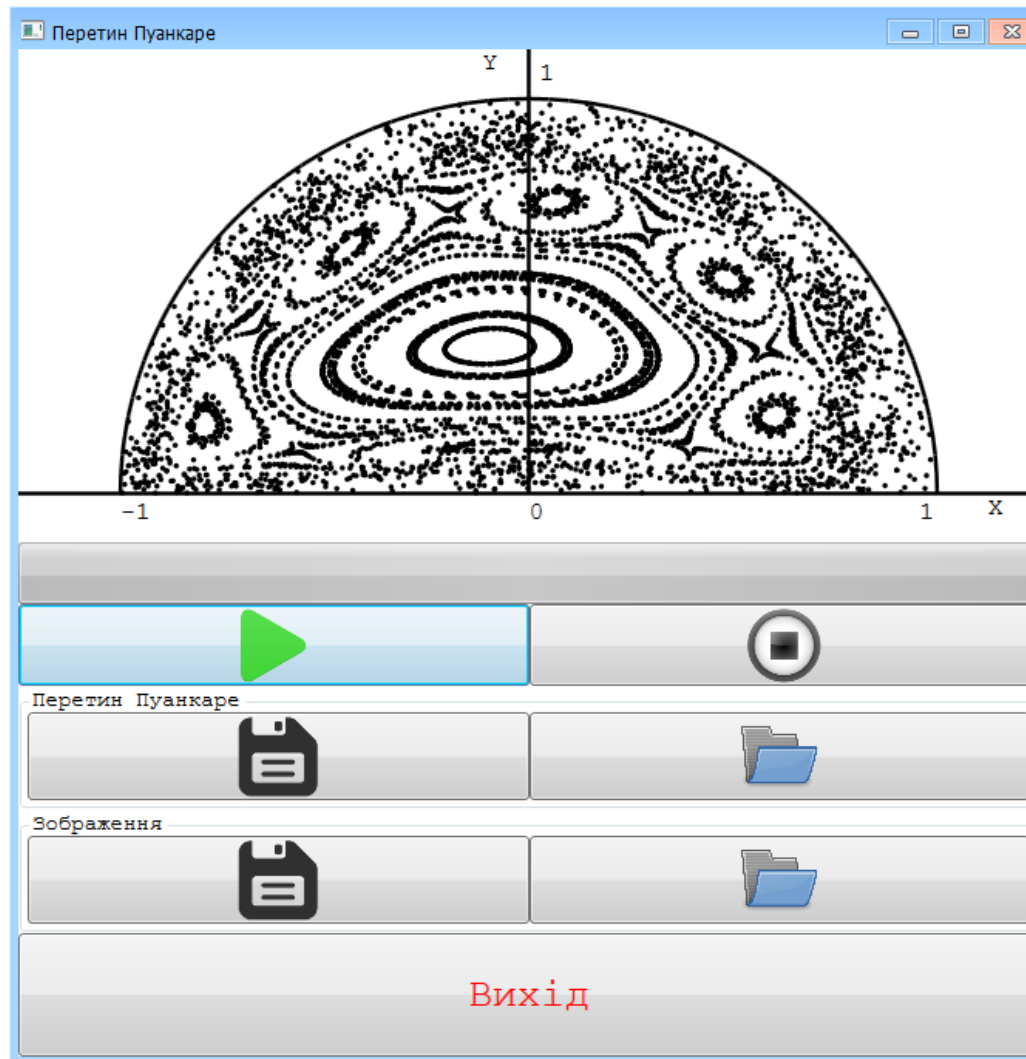


Рисунок 10 — Приклад побудови перетину Пуанкаре

Числове моделювання

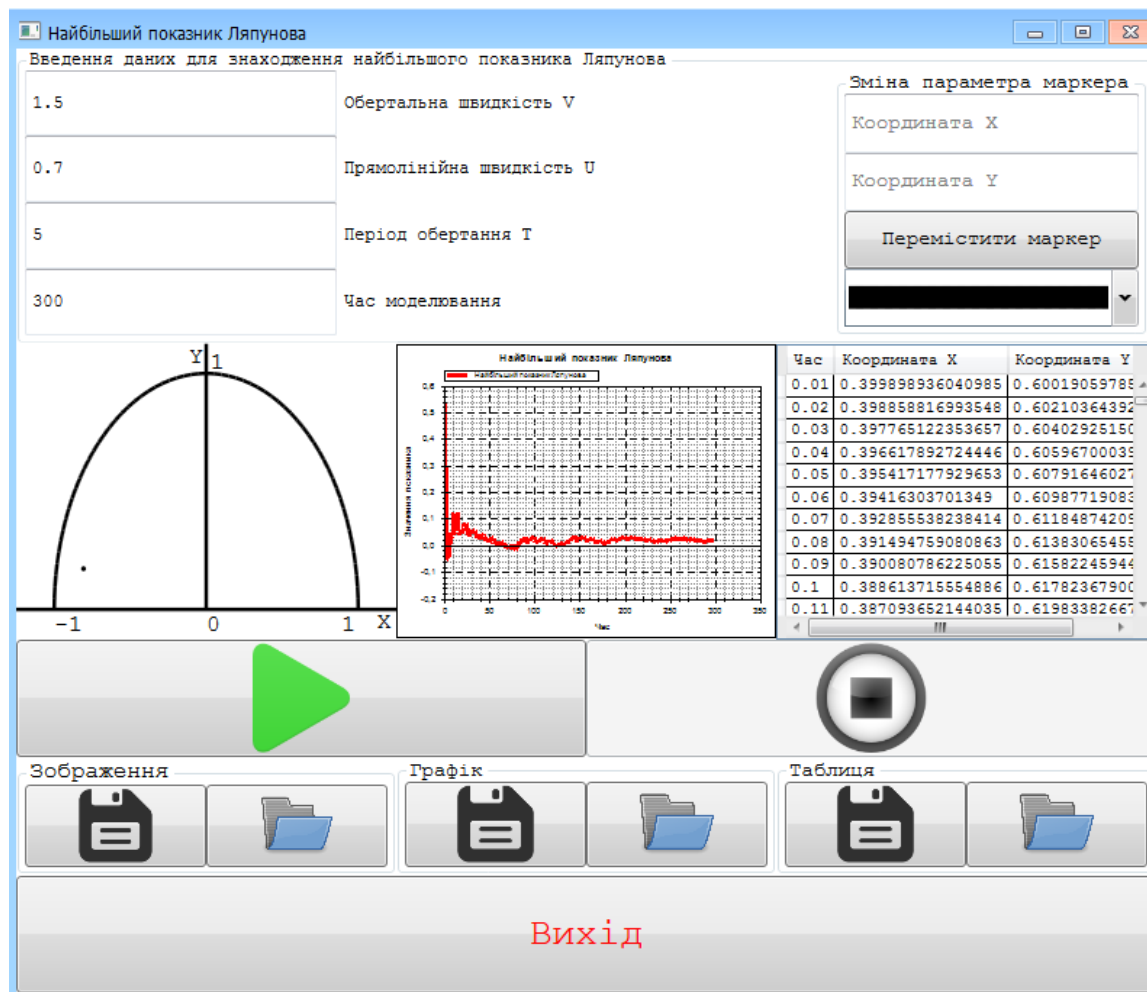


Рисунок 11 — Знаходження найбільшого показника Ляпунова

Числове моделювання

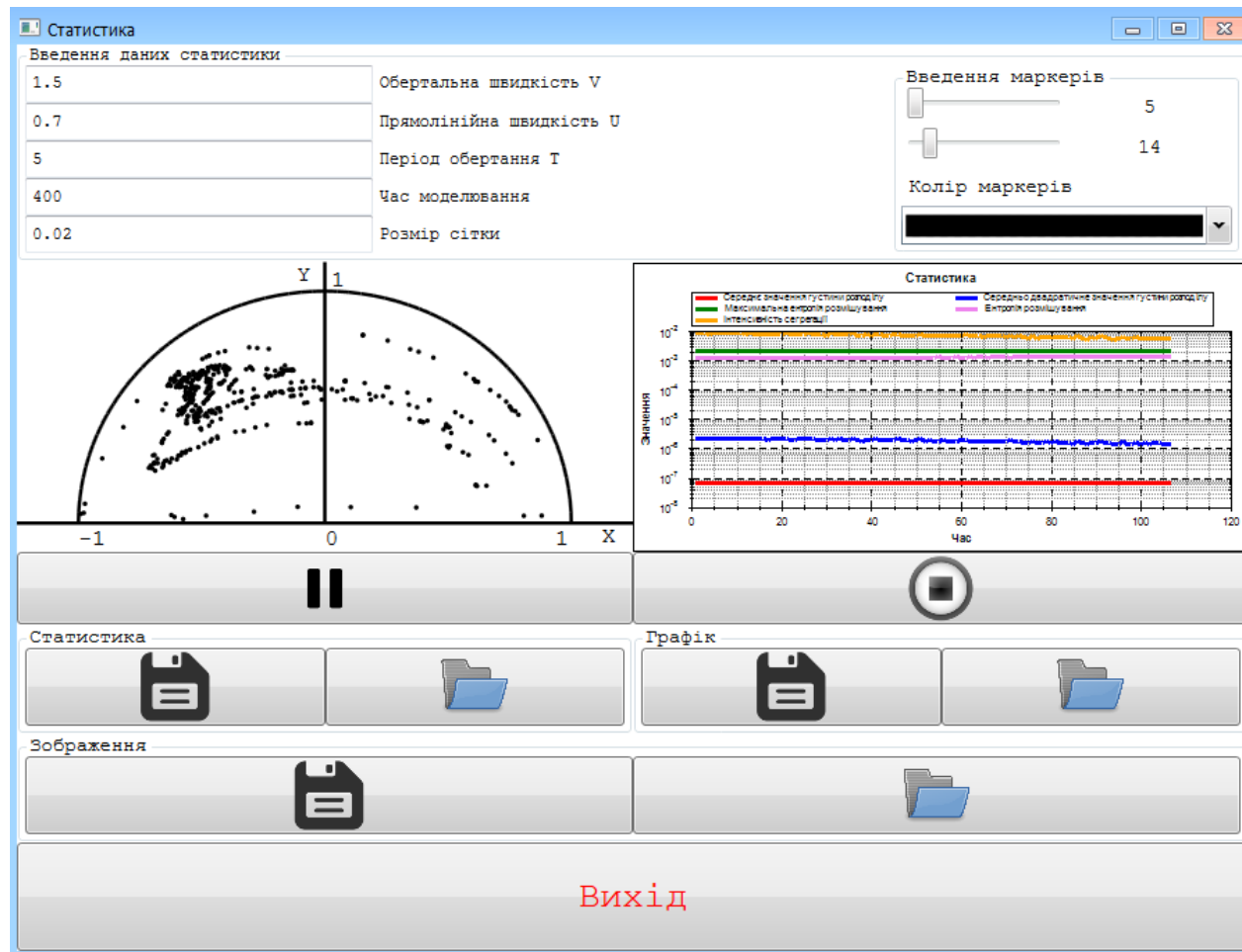


Рисунок 12 — Приклад визначення статистичних критеріїв

Числове моделювання

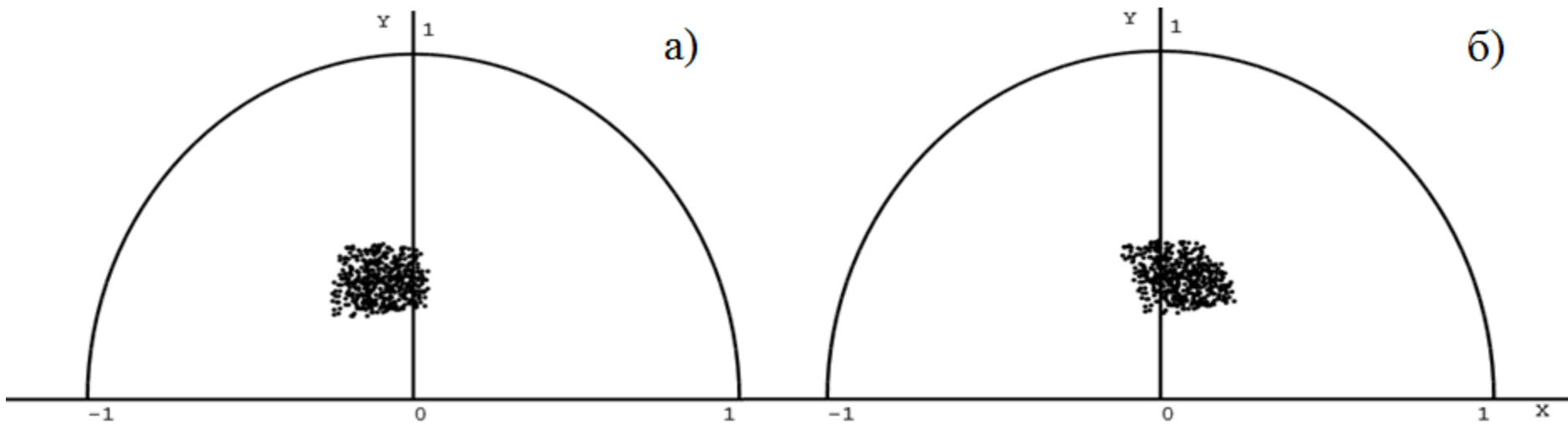


Рисунок 13 — Перемішування рідини, розташованої в зоні регулярного перемішування :
а) $t = 0$, б) $t = 32T$

Числове моделювання

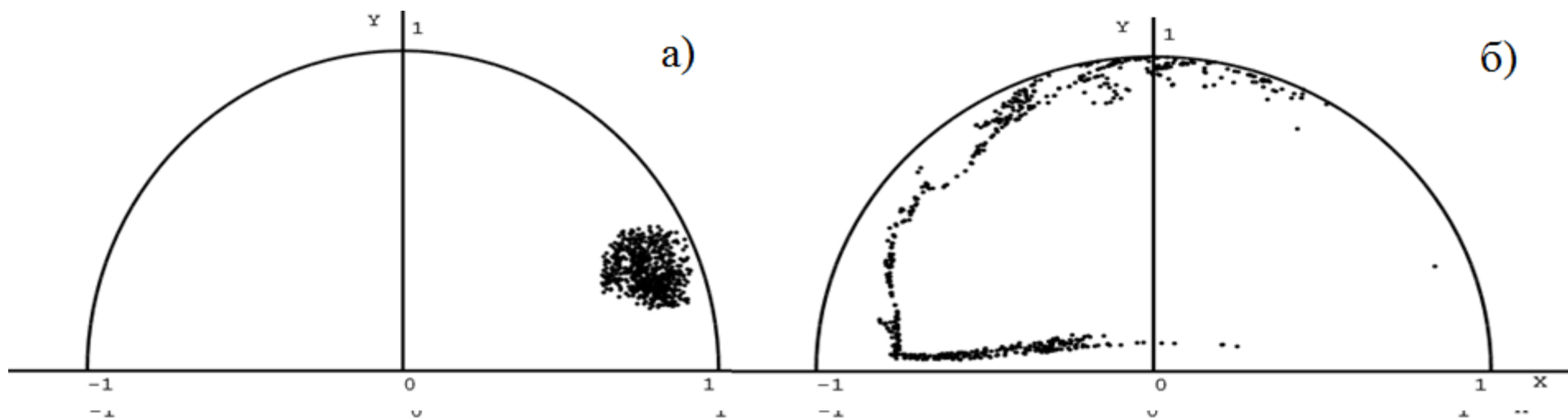


Рисунок 14 — Перемішування рідини, розташованої в зоні інтенсивного перемішування: а) $t = 0$, б) $t = 32T$

Висновки

1. Розглянута задача перемішування в'язкої нестисливої рідини всередині напівкруглої порожнини з рухомими границями в наближенні малих чисел Рейнольдса (наближенні Стокса).
2. Розроблено пакет прикладних програм для моделювання процесу перемішування в'язкої нестисливої рідини в порожнині з рухомими границями, що має вигляд півкола, та обчислення якісних та кількісних критеріїв регулярного та хаотичного руху.
3. Показано, що використання критеріїв ідентифікації зон хаотичного та регулярного руху рідких частинок дозволяє адекватно визначити зони інтенсивного та регулярного перемішування рідини у внутрішніх течіях.

Дякую за увагу